

# ALGORITMA PENENTUAN LOKASI FASILITAS TUNGGAL DENGAN PROGRAM DYNAMIK

Firmansyah<sup>1)</sup>

Rima Aprilia<sup>2)</sup>

Program Studi Pasca Sarjana Pendidikan Matematika Universitas Muslim Nusantara Alwashliyah<sup>1)</sup>

FST Prodi Matematika Universitas Islam Negeri Sumatera Utara <sup>2)</sup>

rima\_aprilia@ymail.com

## *Abstrak*

*Fasilitas memegang peranan penting dunia nyata, fasilitas bukan lagi menjadi suatu kebutuhan skunder melainkan menjadi kebutuhan primer. Pemberian fasilitas dari perusahaan sekalipun memerlukan lokasi kompetitif, sehingga fasilitas yang disediakan dapat bermanfaat bagi orang lain. Dynamic Programming pernah digunakan untuk menentukan jadwal pembukaan terbaik Subset sebagai lokasi "optimal" dan strategi relokasi untuk perencanaan. Sehingga pada penelitian ini dilakukan penentuan lokasi fasilitas dan relokasinya dengan dynamic programming sehingga diharapkan dapat menggunakan anggaran yang optimal dengan waktu yang optimal.*

**Kata kunci:** lokasi fasilitas, dynamic programming

## *Abstract*

*Facility plays an important role of the real world, the facility is no longer a secondary requirement but becomes a primary need. Provision of facilities from any company requires a competitive location, so that the facilities provided can be useful for others. Dynamic Programming was once used to determine the best opening schedule of Subset as an "optimal" location and relocation strategy for planning. So in this research done determination of location of facility and its relocation with dynamic programming so hopefully can use optimal budget with optimal time.*

**Keywords:** facility location, dynamic programming

## 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar belakang

Penentuan lokasi dari Fasilitas merupakan keputusan yang strategis yang dilakukan oleh bagian manajemen. Keputusan seperti itu biasanya dilakukan dengan menerapkan beberapa kondisi yang ada seperti jumlah populasi penduduk, infrastruktur, persyaratan layanan dan lain-lain (Drezner 1995b; Francis dkk 1992; Mirchandani dan Francis 1990). Model lokasi umum berhubungan dengan lokasi Fasilitas tunggal dan ganda, meliputi p-median, p-pusat masalah, aplikasi dan ekstensi mereka. Banyak dari masalah ini bisa sangat sulit dipecahkan. Dengan demikian, tidak

mengherankan jika banyak pekerjaan berfokus pada formulasi masalah stokastik dan deterministik. Sementara formulasi semacam itu adalah topik penelitian yang masuk akal, mereka tidak menangkap banyak karakteristik masalah lokasi pada dunia nyata.

Sifat strategis dari masalah lokasi Fasilitas mengharuskan model mempertimbangkan beberapa aspek ketidakpastian di masa depan. Karena investasi yang dibutuhkan oleh lokasi atau Fasilitas relokasi biasanya besar, Fasilitas diperkirakan akan tetap dapat beroperasi untuk jangka waktu yang lama. Dengan demikian, masalah lokasi Fasilitas benar-benar melibatkan cakrawala perencanaan yang panjang. Pengambil keputusan tidak boleh hanya

memilih lokasi yang akan secara efektif melayani perubahan permintaan dari waktu ke waktu, namun juga harus mempertimbangkan waktu perluasan dan relokasi Fasilitas selama jangka panjang. (Daskin dkk 1992).

Situasi baru muncul saat bobot bergantung pada waktu, dan bervariasi seiring berjalannya waktu. Pengambil keputusan harus mempertimbangkan bobot bergantung pada waktu saat membuat keputusan penentuan lokasi. Kemungkinan biaya pemeliharaan lokasi saat ini melebihi biaya relokasi Fasilitas ke lokasi yang lebih baik. Drezner dan Wesolowsky (1991) menyelidiki masalah ini dengan menggunakan fungsi bobot kontinu. Mereka menyajikan prosedur optimal untuk masalah lokasi Fasilitas tunggal dengan relokasi tunggal, bila bobotnya linier,  $w_i(t) = u_i + v_i t$ , dan jaraknya adalah bujursangkar. Dalam pendekatan mereka, waktu relokasi bisa berada di manapun di kisaran  $[0, T]$ . Hormozi dan Khumawala (1996) mengusulkan sebuah algoritma untuk mengoptimalkan masalah dengan bobot yang memiliki nilai standar yang berbeda dalam waktu dan lokasi yang telah ditentukan. Dengan menggunakan model pemrograman integer campuran dan pendekatan pemrograman dinamis, masalahnya terbagi menjadi masalah sederhana yang lebih sederhana.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah di uraikan diatas, maka rumusan masalah penelitian ini adalah merancang suatu algoritma matematika untuk penentuan lokasi fasilitas tunggal dengan Program Dinamik.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut: Merancang Algoritma matematika pada

permasalahan penentuan lokasi fasilitas tunggal.

## 2. Dasar Teori

### 2.1 Masalah Lokasi Kompetitif

Masalah lokasi kompetitif merupakan suatu situasi dimana dua atau lebih perusahaan yang saling berkompetisi dalam melayani konsumen baik barang atau jasa. Masalah lokasi kompetitif fokus pada pengoptimalan penempatan fasilitas dalam lingkungan yang kompetitif dan dapat dikembangkan secara luas untuk sejumlah aplikasi diberbagai konteks bidang ilmu. Perusahaan membuat keputusan dalam menawarkan barang pada suatu fasilitas lokasi dengan menentukan harga dan jumlah tertentu, untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Di sisi lain, konsumen memilih untuk mengunjungi fasilitas dengan mempertimbangkan jarak perjalanan atau waktu dan hal lainnya dari fasilitas dan barang yang ditawarkan oleh perusahaan tersebut. Eiselt et.al (1993), model lokasi kompetitif dapat dikategorikan dalam 3 ruang (spatial):

- a. Ruang Kontinu - dimana lokasi potensial dari fasilitas yang ada berada pada semua bidang.
- b. Jaringan (network) - dimana fasilitas diijinkan untuk menempati titik ekstrim atau menengah dalam arc.
- c. Ruang diskrit - dimana hanya terdapat himpunan terbatas dari lokasi yang mungkin dalam jaringan (network).

### 2.2 Tipe model lokasi dalam jaringan ritel

Ghosh dkk(1995) menyatakan ada 4 tipe untuk model lokasi dalam jaringan ritel yaitu:

1. *p-choice* model.

Formulasi :

Maksimumkan :

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} w_i p_{ij} x_j$$

(1)

Dengan kendala:

$$\sum_{j \in J} p_{ij} = 1; \quad \forall i \in I$$

(2)

Dengan:

$p_{ij}$  = Probabilitas konsumen  $i$

berlangganan pada fasilitas  $j$ .

$w_i$  : Banyaknya konsumen  $i$ .

$I$  : {  $i$  = konsumen |  $i = 1, \dots, s$  }

$J$  : {  $j$  = fasilitas |  $j = 1, \dots, s$  }

Dalam hal ini,

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{apabila outlet terletak pada } j \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

Dengan outlet didefinisikan sebagai cabang dari server yang dimiliki oleh perusahaan yang ditempatkan dalam sebuah node. Server dalam hal ini didefinisikan sebagai cabang besar dari perusahaan yang kemudian server memiliki beberapa outlet yang dapat ditempatkan dalam beberapa node dalam sebuah jaringan. Fungsi tujuan (1) pada p-choice model mengarah pada himpunan fasilitas yang memaksimalkan jumlah konsumen yang di layani atau memaksimumkan pangsa pasar yang diekspektasi oleh perusahaan.

### 2. Model Preferensi Konsumen

Dalam model ini aturan alokasi didasarkan atas hasil pilihan dari evaluasi eksperimen hipotesis terhadap konsumen, dan bukan hasil pengamatan. Dengan kata lain, perusahaan menggunakan pendekatan utilitas langsung dari toko pilihan. Konsumen diminta untuk mengevaluasi skenario pilihan yang beragam dan evaluasi mereka digunakan untuk memprediksi pilihan dalam aturan alokasi. Model berdasarkan preferensi konsumen ini dapat diselesaikan dengan model *p-choice*.

### 3. Model *Covering Based*

Salah satu tipe model *covering based* adalah *Location Set Covering Problem* (LSCP). Model ini mengasumsikan bahwa konsumen berada diluar jarak maksimum atau waktu beroperasi sebuah outlet yang tidak mampumelayani konsumen sehingga tidak menggunakan layanan, tujuan set covering model adalah untuk mendapatkan jumlah minimum dari fasilitas lokasi yang dibutuhkan untuk melayani konsumen termasuk waktu beroperasi. Secara matematis *covering based model* dapat ditulis :

Maksimumkan :

$$\sum_{i \in I} w_i y_i$$

(3)

Dengan kendala :

$$\sum_{j \in J} x_j = p; \quad \forall i \in I$$

(4)

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i; \quad \forall i \in I$$

(5)

Dengan :

$N_i$  : Himpunan permintaan di titik  $i$  yang terdapat pada outlet-outlet. dalam hal ini,

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{apabila permintaan titik } i \\ & \text{di-cover oleh outlet;} \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{apabila outlet dibuka pada } j; \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

Variabel kritis dari model adalah himpunan  $N_i$  yang didefinisikan untuk setiap titik permintaan. Himpunan tersebut mengelompokkan himpunan dari outlet-outlet dalam jarak tertentu dari permintaan di titik-titik  $i$  yang dapat diakses ketitik permintaan tersebut. Tujuan memaksimalkan permintaan adalah untuk mengcover dan mengoprasionalkan melalui definisi  $y_i$

dan kendala (5). Kendala ini menyatakan bahwa  $y_i$  adalah 0. Kendala (4) merupakan batas jumlah outlet yang ditentukan ke  $p$ . Fungsi tujuannya adalah memaksimalkan jumlah permintaan yang di-cover oleh kriteria akses dari fasilitas  $p$ .

#### 4. Model Waralaba (Franchise)

Waralaba adalah bentuk suatu bisnis dimana perusahaan induk (*franchisor*) memberi lisensi kepada suatu perusahaan (individu) untuk terlibat dalam perdagangan dengan menggunakan praktik, barang, dan pelayanan serta merek dagang perusahaan induk dengan imbalan biaya dan royalti yang telah ditentukan. Walaupun pengoperasian outlet waralaba dalam banyak hal mirip dengan jenis lain dari toko ritel, namun sejumlah pertimbangan khusus timbul dalam pengambilan keputusan lokasi untuk outlet waralaba. Untuk menemukan lokasi outlet, baik *franchisor* dan *franchisees* harus mempertimbangkan tujuan secara simultan.

##### 3.1.1 Masalah Lokasi Fasilitas

###### Tunggal

Model yang digunakan untuk lokasi Fasilitas adalah permasalahan weber (Drezner dkk, 2012). Tujuan fungsi biaya yang dapat diminimalkan adalah

$$F(X) = \sum_{i=1}^m W_i d(X, p_i) \tag{6}$$

Dengan  $W_i$

- Jarak Bujursangkar

$$d(X, p_i) = |x - a_i| + |y - b_i| \tag{7}$$

- Jarak kuadrat Euclid

$$d(X, p_i) = (x - a_i)^2 + (y - b_i)^2 \tag{8}$$

- Jarak Euclid

$$d(X, p_i) = \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2} \tag{9}$$

Lokasi optimal  $(x^*, y^*)$  dengan mudah diperoleh ukuran jarak untuk masing masing (Francis dkk 1992; Love dkk 1988). Sekarang asumsikan bobot gantikan dengan waktu. Bobot  $W_i$  adalah fungsi dengan waktu  $w_i(t)$ , dengan  $t$  adalah waktu dengan rentang dari  $[0, T]$ . Mempertimbangkan masalah untuk menemukan lokasi optimal dari Fasilitas melintasi waktu horison. Kita investigasikan permasalahan dengan kemungkinan relokasi Fasilitas, dengan diberikan biaya, mengikuti  $[0, T]$ . Permasalahannya adalah untuk menemukan relokasi waktu(s) dan lokasi optimal.

#### 3.2 Bobot waktu dependent

Cacatan penting pada bobot,  $w_i(t)$ , dengan periode  $[0, T]$  tidak dapat negatif. Untuk bobot yang linear dengan mengikuti pegangannya (Drezner dan Wesolowsky 1991):

$$w_i(t) = u_i + v_i t, \quad w_i(t) \geq 0, \quad t \in [0, T] \\ \rightarrow u_i \geq 0, \quad v_i \geq -\frac{u_i}{T}, \tag{10}$$

Fungsi tujuan untuk permasalahan lokasi dengan waktu bergantung dengan bobot adalah:

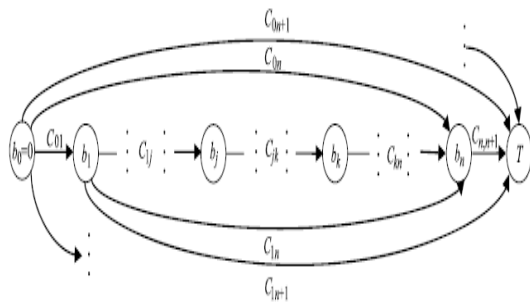
$$F(X) = \int_0^T \left\{ \sum_{i=1}^m w_i(t) d(X, p_i) \right\} dt \tag{11}$$

Yang setara dengan:

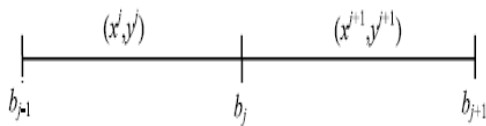
$$F(X) = \sum_{i=1}^m d(X, p_i) \int_0^T w_i(t) dt \tag{12}$$

Mengintegrasikan bobot hasil dengan bobot konstan:

$$W_i = \int_0^T w_i(t) dt, \quad i = 1, \dots, m \tag{13}$$



Gambar 1. Lokasi Fasilitas Baru dan Waktu Relokasi



Gambar 2. Lokasi Fasilitas baru dan waktu relokasi

Permasalahan lokasi dikonversi ke permasalahan lokasi weber yang dapat diselesaikan dengan mudah. (Drezner dkk.2002; Francis dkk 1992; Love dkk 1988).

Masalah yang lebih menarik muncul saat lokasi fasilitas baru diperbolehkan berubah beberapa kali selama horison waktu: katakanlah,  $n$  perubahan diperbolehkan selama rentang waktu  $[0, T]$ . Variabel yang akan ditentukan adalah waktu istirahat  $B = (b_1, \dots, b_n)$  dimana perubahan terjadi dan solusi optimal terkait. Definisikan  $b_0 = 0$  dan  $b_{n+1} = T$ . Maka, kita punya  $n$  waktu istirahat. Tentu saja,  $T$  bisa jadi tak terbatas dan kasus ini akan diatasi nanti.

**4.1. Relokasi Fasilitas**

Mengingat bobot fungsi tertentu pada waktunya, akan lebih ekonomis untuk memindahkan fasilitas baru beberapa waktu ke depan, sehingga total biaya lokasi dan relokasi diminimalkan. Diasumsikan bahwa relokasi dapat berlangsung hanya pada titik yang telah ditentukan pada waktunya. Total biaya lokasi, oleh karena itu, adalah jumlah biaya lokasi sebelum dan sesudah relokasi. Total biaya tergantung pada

waktu relokasi yang optimal dan lokasi optimal fasilitas sebelum dan sesudah relokasi. Lihat Gambar 1;  $C_{jk}$  adalah biaya untuk menempatkan fasilitas selama periode  $[b_j, b_k)$ . Dalam kasus yang paling sederhana (tanpa biaya relokasi dan dengan cakrawala waktu yang terbatas  $[0, T]$ ), kami ingin menemukan jalur terpendek dari  $b_0$  ke  $b_{n+1}$ . Masalahnya dapat dinyatakan dalam hal masalah jalur terpendek di jaringan asiklik (Andretta dan Mason 1994).

Lemma berikut dibutuhkan untuk menurunkan algoritma optimal.

**Lemma 1.** Fungsi biaya objektif adalah bahan tambahan

Perhatikan Gambar 2,  $b_{j-1}$ ,  $b_j$  dan  $b_{j+1}$  adalah beberapa titik waktu. Jelas bahwa lokasi fasilitas baru dapat ditentukan secara independen selama  $[b_{j-1}, b_j)$  dan  $[b_j, b_{j+1})$ , mengingat bahwa relokasi berlangsung di  $b_j$ .

Fungsi objektifnya adalah:

$$F = \int_{b_{j-1}}^{b_j} \sum_{i=1}^m d(X^{j-1,j}, p_i) \cdot w_i(t) dt + \int_{b_j}^{b_{j+1}} \sum_{i=1}^m d(X^{j,j+1}, p_i) \cdot w_i(t) dt = h_1(x^{j-1}, y^{j-1}) + h_2(x^j, y^j)$$

(14)

dimana  $X_{jk}$  adalah lokasi fasilitas yang optimal selama  $[b_j, b_k]$ . Hal ini menunjukkan bahwa fungsi biaya objektif sama dengan jumlah dua fungsi dengan variabel independen. Hal ini menunjukkan adanya additivitas dari fungsi objektif. Oleh karena itu, mengingat  $b_j$ , lokasi optimal fasilitas baru sebelum dan sesudah waktu relokasi dapat ditentukan secara mandiri. Dengan demikian biaya total lokasi adalah jumlah biaya lokasi sebelum dan sesudah relokasi. Lokasi optimal selama setiap interval dapat

dihitung setelah mengintegrasikan bobot, dengan menggunakan prosedur bobot konstan.

Lemma 1 membantu kita menemukan waktu relokasi terbaik dan lokasi baru. Namun, dengan menggunakan Lemma 1 dalam situasi yang berbeda yang berkaitan dengan cakrawala waktu dan biaya relokasi, mungkin berbeda. Waktu cakrawala dapat berupa biaya terbatas atau tak terbatas dan relokasi dapat ada atau tidak;

Dengan adanya biaya relokasi, berbagai alternatif bisa terjadi. Situasi ini akan diselidiki dalam bagian berikut.

## 4.2. Relokasi Fasilitas Tanpa Biaya

### Relokasi

Bila tidak ada biaya relokasi, kami menerapkan Lemma berikut (Drezner dan Wesolowsky 1991):

#### Lemma 2 :

$$F_{L+1}^* \leq F_L^*, \text{ Untuk } L = 0, 1, 2, \dots$$

$F_L^*$  adalah biaya solusi waktu istirahat optimal. Berdasarkan Lemma 2, biaya optimal  $L+1$  solusi waktu istirahat hanya bisa lebih rendah dari pada biaya solusi solusi istirahat yang optimal. Dengan demikian, kita harus menggunakan semua peluang (time breaks) untuk merelokasi fasilitas ke lokasi terbaik. Selain itu, Daskin et al. (1992), berpendapat bahwa cara terbaik untuk mengelola ketidakpastian adalah menunda pengambilan keputusan selama mungkin, mengumpulkan informasi dan memperbaiki perkiraan seiring kemajuan waktu. Karena keputusan periode pertama adalah yang akan segera dilaksanakan, tujuan perencanaan lokasi dinamis seharusnya tidak menentukan lokasi dan / atau relokasi untuk keseluruhan cakrawala, namun untuk menemukan solusi periode pertama yang optimal atau hampir optimal untuk masalah selama sebuah cakrawala tak terbatas (Daskin

et al 1992). Oleh karena itu, kita menetapkan  $T = b_1$ , dan kemudian menggunakan bobot berikut, melalui pemecahan masalah lokasi fasilitas tunggal sederhana, kita dapat menemukan lokasi terbaik dari  $b_0$  sampai dengan  $T$  (Drezner 1995b; Francis et al 1992; Mirchandani dan Francis 1990).

$$W_i = \int_{b_0=0}^{b_1=T} w_i(t) dt, \quad i = 1, \dots, m.$$

(10)

(15)

Prosedur ini harus diulang setelah setiap waktu istirahat.

## 4.3 Biaya Relokasi Tetap

Seperti yang kita lihat di Bagian. 4.2.1, tanpa biaya relokasi, relokasi harus dilakukan pada semua break point. Namun, bila ada biaya relokasi, ini sudah tidak berlaku lagi. Bila ada biaya relokasi, lebih baik menggunakan program dynamic ke depan. Algoritma bisa dihentikan begitu keputusan pertama dibuat. Sebuah cakrawala waktu terbatas tidak diperlukan untuk prosedur sehingga  $T$  dapat menjadi tak terbatas. Dengan menggunakan pemrograman dinamis, titik relokasi adalah tahapan, waktu relokasi terakhir sebelum tahap saat ini adalah keadaan dan apakah untuk pindah atau tidak adalah variabel keputusan. Kami menggunakan prosedur forward sebagai berikut:

$$Z(b_j) = Z_j = \text{Min}\{C_{0j}, S(b_{j-1}) + C_{j-1,j} + Z_{j-1}\}, \quad j = 1, 2, \dots$$

(11)

$$Z(b_0 = 0) = Z_0 = S_0$$

(15)

$Z(b_j)$  adalah biaya total minimum selama  $[b_0, b_j]$ ,

$C_{jk}$  adalah biaya untuk menempatkan fasilitas selama periode  $[b_j, b_k]$ ,

$S(t)$  adalah biaya relokasi pada titik relokasi  $t$

$S_0$  adalah biaya lokasi fasilitas pada saat  $b_0$ .

Perhatikan bahwa berdasarkan Lemma 1,  $C_{jk}$  dihitung sebagai berikut:

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^m W_i^{jk} \times d(X^{jk}, p_i)$$

(16)

Dimana

$$W_i^{jk} = W_i^j + W_i^{j+1} + W_i^{j+2} + \dots + W_i^{k-2} + W_i^{k-1} = \int_{b_j}^{b_k} w_i(t) dt$$

(17)

Perhatikan bahwa masalah dengan cakrawala waktu tak terbatas tidak dapat dipecahkan dengan prosedur cakrawala yang terbatas. Bastian dan Volkmer (1992) mengajukan algoritma forward yang sempurna untuk solusi satu lokasi dinamis dinamis / masalah relokasi pada lokasi diskrit; Tapi Andretta dan Mason (1994) memberikan contoh numerik untuk menunjukkan bahwa masalah ini tidak selalu memiliki cakrawala yang terbatas. Mereka mengemukakan kembali masalah asalnya dalam hal masalah jalur terpendek dalam jaringan asiklik dan menyatakan suatu kondisi (yang diperlukan dan memadai) untuk adanya cakrawala perkiraan yang terbatas untuk mendapatkan keputusan awal yang optimal. Namun, jika minimum persamaan ke depan akan berada pada istilah pertama, kita harus melanjutkan prosedur dan mungkin tidak dapat menemukan keputusan pertama yang optimal. Kami mengusulkan untuk menggunakan cakrawala waktu yang terbatas untuk membuat keputusan yang hampir optimal. Waktunya yang lebih lama biasanya mengarah pada solusi yang mendekati optimal. Perhatikan bahwa data yang diprediksi lebih jauh ke masa depan tidak dapat diandalkan.

Setelah menentukan cakrawala waktu yang terbatas, kita harus meneruskan pemrograman dinamis ke depan atau masalah jalur terpendek dalam graph asiklik, sampai akhir cakrawala waktu  $T^*$  (Daskin et al 1992). Kami mengusulkan model *Binary Integer Programming* (BIP).

**Tahap 1.** Ada  $n$  waktu kandidat untuk relokasi. Menambahkan  $b_0 = 0$  dan  $b_{n+1} = T$  karena titik relokasi menghasilkan total  $n + 2$  poin. Interval  $[0, T]$  dibagi menjadi  $n + 1$  subinterval. terdapat  $m$  poin permintaan. Kalkulasikan:

$$W_i^j = \int_{b_j}^{b_{j+1}} w_i(t) dt, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 0, \dots, n + 1.$$

(18)

**Tahap 2.** Definisikan  $W_i^{jk}$

$$W_i^{jk} = W_i^j + W_i^{j+1} + W_i^{j+2} + \dots + W_i^{k-2} + W_i^{k-1} = \int_{b_j}^{b_k} w_i(t) dt$$

(19)

dimana

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 0, \dots, n, \quad k = j + 1, \dots, n + 1$$

dan  $j < k$ . Hitung untuk setiap

nilai permintaan  $i$  pada nilai  $W_i^{jk}$  untuk semua nilai  $j$  dan  $k$ . Ini menghasilkan bobot terintegrasi yang terkait dengan titik permintaan untuk lokasi fasilitas selama interval waktu  $[b_j, b_k)$ .

**Tahap 3.** Untuk setiap interval  $[b_j, b_k)$  temukan lokasi fasilitas yang optimal  $(x^{jk}, y^{jk})$ . Satu dari tiga ukuran jaraknya digunakan. Dengan menggunakan nilai  $W_i^{jk}$  dan koordinat fasilitas yang ada, solusi optimal untuk jarak bujursangkar adalah titik median (Francis dkk 1992; Love dkk 1988), untuk jarak Euclidean kuadrat lokasi optimal adalah pusat gravitasi (Francis dkk 1992; Love dkk 1988) dan untuk

jarak Euclidean menggunakan prosedur Weiszfeld yang berulang (Drezner dan Wesolowsky 1991; Francis dkk 1992 ;;; Love dkk. 1988). (Konvergensi urutan di atas ditunjukkan pada Drezner 1996; 1981; Ostresh 1981; Weiszfeld 1936).

**Tahap 4.** Hitung  $C_{jk}$ , biaya lokasi, jika fasilitas baru memiliki lokasi yang sama selama interval waktu  $[b_j, b_k]$ , dengan menggunakan hubungan berikut:

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^m W_i^{jk} \times d(X^{jk}, p_i) \tag{20}$$

dimana  $d(X^{jk}, p_i)$  adalah jarak antara lokasi optimal fasilitas baru dan titik permintaan  $i$  untuk  $t \in [b_j, b_k)$ , dan  $X^{jk}$  dihitung pada Langkah 3.

**Tahap 5.** Dengan menggunakan koefisien biaya pada Langkah 4, model berikut digunakan untuk menemukan waktu relokasi yang optimal:

$$\text{Minimumkan } F = \sum_{j=0}^n \sum_{k=j+1}^{n+1} C_{jk} \times Z_{jk} \tag{21}$$

$$\text{Kendala : } \sum_{k=1}^{n+1} Z_{ok} = 1, \tag{22}$$

$$\sum_{j=0}^{k-1} Z_{jk} = \sum_{l=k+1}^{n+1} Z_{kl}, \quad k = 1, \dots, n \tag{17}$$

$$\sum_{j=0}^n Z_{j,n+1} = 1 \tag{23}$$

$$Z_{jk} = 0 \text{ atau } 1, \quad \forall j, k, \quad j < k \tag{24}$$

$$\text{dimana, } Z_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{Jika relokasi saat ini berlangsung} \\ & \text{di } b_j \text{ dan berikutnya di } b_k, \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \tag{25}$$

Ini adalah model *Binary Integer Programming* (BIP) dengan  $n$  kendala dan  $\frac{n(n+1)}{2}$  variabel. Kendala pertama memastikan bahwa keputusan relokasi dimulai pada waktu  $b_0 = 0$ . Himpunan kedua menetapkan pertimbangan waktu relokasi berikutnya tepat setelah waktu relokasi terakhir. Kendala terakhir menjamin bahwa pengambilan keputusan akan berlanjut sampai akhir cakrawala perencanaan,  $T^*$ . Model BIP dapat diatasi dengan software pengoptimalan seperti LINGO dan CPLEX. Solusi untuk model BIP ini menghasilkan waktu untuk relokasi. Lokasi fasilitas untuk setiap interval waktu ditemukan pada Langkah 3. Total biaya dari kebijakan ini adalah  $F$

### 5. Kesimpulan

Permasalahan penentuan lokasi fasilitas tunggal dapat di modelkan lebih lanjut dengan mempertimbangkan penentuan lokasi tanpa biaya dan dengan biaya, pemanfaatan program dynamic dengan menggunakan algoritma diharapkan dapat memaksimalkan proses penentuan lokasi fasilitas tunggal yang akan berdampak pada memkasimalkan keuntungan dengan meminimumkan pengeluaran. Algoritma yang optimal telah disajikan untuk mengidentifikasi lokasi fasilitas baru selama interval waktu tertentu. Karakteristik penting dari pendekatan yang disajikan di sini ialah fungsi biaya bersifat kontinu dan algoritma tidak dibatasi pada norma jarak tertentu.

### DAFTAR PUSTAKA

Andretta, G., & Mason, F. M. (1994). A perfect forward procedure for a single facility dynamic location/relocation problem. *Operations Research Letters*, 15, 81–83.

Ballou, R. H. (1968). Dynamic warehouse location analysis.



- Journal of Marketing Research*, 5, 271–276.
- Bastian, M., & Volkmer, M. (1992). A perfect forward procedure for a single facility dynamic location/relocation problem. *Operations Research Letters*, 12, 11–16.
- Berman, O., & LeBlanc, B. (1984). Location-relocation of mobile facilities on a stochastic network. *Transportation Science*, 8, 315–330.
- Campbell, J. F. (1990). Locating transportation terminals to serve an expanding demand. *Transportation Research*, 24B(3), 173–192.
- Chand, S. (1988). Decision/Forecast horizon results for a single facility dynamic location/relocation problem. *Operations Research Letters*, 7(5), 247–251.
- Daskin, M. S., Hopp, W. J., & Medina, B. (1992). Forecast horizon and dynamic facility location planning. *Annals of Operations Research*, 40, 125–151.
- Drezner, Z. (1995a). Dynamic facility location: the progressive  $p$ -median problem. *Location Science*, 3(1), 1–7.
- Drezner, Z. (1995b). *Facility location: a survey of applications and methods*. New York: Springer.
- Drezner, Z. (1996). A note on acceleration the Weiszfeld procedure. *Location Science*, 3, 275–279.
- Drezner, Z., & Wesolowsky, G. O. (1991). Facility location when demand is time dependent. *Naval Research Logistics*, 38, 763–771.
- Drezner, Z., Klamroth, K., Schobel, A., & Wesolowsky, G. (2002). In Z. Drezner & Hamacher (Eds.), *The Weber problem in facility location: applications and theory*. Berlin: Springer.
- Erlenkotter, D. (1981). A comparative study of approaches to dynamic location problems. *European Journal of Operational Research*, 6, 133–143.
- Faharani, R.Z., Drezner Z., & Asgarin N., (2008). *Single facility location and relocation problem with time dependent weights and discrete planning horizon*. USA: Springer
- Francis, R. L., McGinnis, L. F., & White, J. A. (1992). *Facility layout and location: an analytical approach* (2nd edn.). Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Gunawardane, G. (1982). Dynamic version of set covering type public facility location problems. *European Journal of Operational Research*, 10, 190–195.
- Hormozi, A. M., & Khumawala, B. M. (1996). An improved algorithm for solving a multi-period facility location problem. *IIE Transactions*, 28, 105–114.
- Love, R. F., Morris, J. G., & Wesolowsky, G. O. (1988). *Facilities location: models and methods*. New York: North-Holland.
- Min, H. (1988). Dynamic expansion and relocation of capacitated public facilities: a multi-objective approach. *Computers and Operations Research*, 15(3), 243–252.
- Mirchandani, P. B., & Francis, R. L. (1990). *Discrete location theory*. New York: Wiley.
- Morris, J. G. (1981). Convergence of the Weiszfeld algorithm for Weber problems using a generalized distance function. *Operations Research*, 26, 37–48.
- Murthy, I. (1993). Solving the multiperiod assignment problem with start-up costs using dual ascent. *Naval Research Logistics*, 40, 325–344.

- Ostresh Jr., L. M. (1981). On the convergence of a class of iterative methods for solving the Weber location problem. *Operations Research*, 26, 597–609.
- Schilling, D. A. (1980). Dynamic modeling for public-sector facilities: a multi-criteria approach. *Decision Science*, 11, 714–724.
- Scott, A. J. (1971). Dynamic location-allocation systems: some basic planning strategies. *Environment and Planning*, 3, 73–82.
- Sheppard, E. S. (1974). A conceptual framework for dynamic location-allocation analysis. *Environment and Planning A*, 6, 547–564.
- Sweeney, D. J., & Tatham, R. L. (1976). An improved long-run model for multiple warehouse location. *Management Science*, 22(7), 748–758.
- Wesolowsky, G. O., & Truscott, W. G. (1976). The multi-period location-allocation problem with relocation of facilities. *Management Science*, 22(1), 57–65.
- Tapiero, C. S. (1971). Transportation location-allocation problems over time. *Journal of Regional Science*, 11(3), 377–384.
- VanRoy, T. J., & Erlenkotter, D. (1982). A dual-based procedure for dynamic facility location. *Management Science*, 28(10), 1091–1105.
- Weiszfeld, E. (1936). Sur le point pour lequel la somme des distances de  $n$  points donnés est minimum. *Tohoku Mathematical Journal*, 43, 355–386.
- Wesolowsky, G. O. (1973). Dynamic facility location. *Management Science*, 19(11), 1241–1248.